CUESTIONES SOBRE UN WORMHOLE

¿Que hay dentro de un agujero de gusano? ¿Que le sucede a la materia que cae en un agujero de gusano? La respuesta a esta trascendental pregunta es la respuesta al misterio de la "creación" del Universo: el Universo surgió a partir de una singularidad inicial, un "punto" de "infinita" densidad de masa-energía. La respuesta resuelve también lo que se considera el "Santo Grial" de la Física fundamental: la naturaleza cuántica del propio espacio-tiempo y la gravedad.

En este artículo daré una posible respuesta a esta pregunta a la vez que descubrimos un mundo nuevo y sorprendente. ¡Bienvenidos al interior del objeto más extraño y sorprendente del Universo: el interior del "wormhole"!

La solución esférica de Schwarzschild

La solución a las ecuaciones de la RG encontrada por Schwarszchild tiene una enorme importancia en Cosmología ya que es una solución exacta y genérica que se cumple en todo entorno de gravedad simétrico y esférico.
Esta solución a las ecuaciones de la RG funciona siempre que consideremos un cuerpo de masa M perfectamente esférico y estático **en el vacío**, es decir, el tensor de masa-energía debe ser igual a 0.

Para objetos compactos como estrellas de neutrones, esta solución solo es válida para el exterior del objeto, pero para el caso de agujeros negros esta solución describe también el interior del horizonte de sucesos ya que dicho interior está vacío, no hay masa-energía solo hay curvatura del espacio-tiempo.

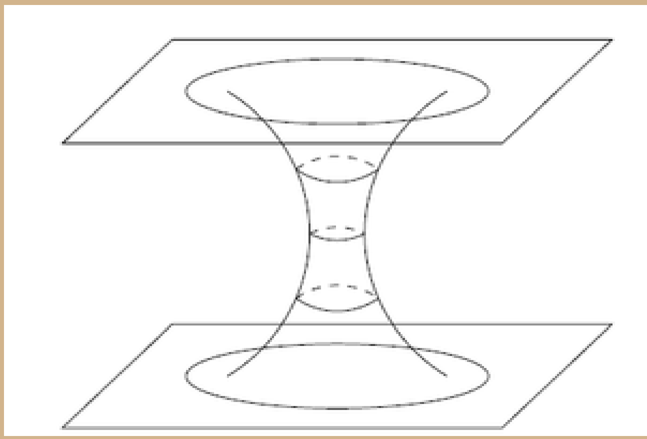
El resultado obtenido por Schwarzschild es el siguiente:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2 \qquad 1$$

En 1935, el mismo Einstein junto son su estudiante Rosen encontraron algo asombroso al estudiar la solución de Schwarzschild: las ecuaciones describen realmente dos "Universos" diferentes unidos por una estrecha garganta: un agujero de gusano o puente de Einstein-Rosen. ¿Cual es la forma del espacio tiempo dentro del agujero negro? Einstein y Rosen realizaron el siguiente cambio de coordenadas en la métrica original de Schwarszchild: u2= r+ro de forma que la métrica se transforma en:

$$ds^2 = -\frac{u^2}{u^2 + 2m}(dt)^2 + 4(u^2 + 2m)(du)^2 + (u^2 + 2m)^2\left((d\theta)^2 + \sin^2\theta\,(d\varphi)^2\right) \qquad 2$$

En estas coordenadas podemos "visualizar" todo el espacio-tiempo que define la solución de Schwarzschild incluyendo la coordenada ro=2GM y su interior. El espacio-tiempo sería de esta forma:



3

Sin embargo, existe un problema: en la coordenada u=0, en la garganta del "wormhole", las ecuaciones no son válidas ya que el tensor energía-momento no se anula en esa coordenada. De hecho, como veremos, en esa coordenada hay una fuente de masa-energía. Por tanto las ecuaciones de vacío no son válidas.

<u>El "fallo" de la solución de Schwarzschild y su posible solución</u>

Según nos acercamos a la coordenada u=0, la componente Roo del tensor Rmv de las ecuaciones de la RG es:

$$R_0^0 = -\frac{1}{\sqrt{-g_{00}}}\nabla^2\left(\sqrt{-g_{00}}\right) \qquad 4$$

Teniendo en cuenta que para u tendiendo a 0 la raiz cuadrada de -g00 es aproximadamente igual a |u| y que la segunda derivada de |u| es aproximadamente 2δ(u) tenemos:

$$R_0^0 \sim \frac{1}{|u|}\delta(u) \sim \delta(u^2) \qquad 5$$

La delta de Dirac δ(u) nos indica un "punto" donde la curvatura del espacio-tiempo tiende a infinito (la singularidad) En u=0 hay "algo" con masa-energía y que actúa como una fuente de gravedad ¿Que tipo de "objeto" puede ser la fuente de gravedad del agujero negro de Schwarzschild? Para tratar de solucionar el problema, en la coordenada u=0 utilizaremos primero las ecuaciones de Finkelstein-Eddington para la métrica de Schwarzschild:

$$ds^2 = -A(r)(dv)^2 + 2dv\,dr + r^2\left[(d\theta)^2 + \sin^2\theta(d\varphi)^2\right] \quad ; \quad A(r) = 1 - \frac{2m}{r} \qquad 6$$

A continuación introducimos el siguiente cambio de coordenadas: r=2m+|η| y expresamos la métrica en función de η:

$$ds^2 = -\tilde{A}(\eta)(dv)^2 + 2dv\,d\eta + \tilde{r}^2(\eta)\left[(d\theta)^2 + \sin^2\theta(d\varphi)^2\right] \qquad 7$$

Esta métrica es exactamente igual que la métrica de Schwarzschild, resuelve la ecuaciones de Einstein y además **resuelve el problema de la singularidad en u=0.** De hecho esta métrica es la correcta para representar el puente original de Einstien-Rosen ya que es válida en TODOS los puntos del espacio-tiempo. La pregunta clave es entonces: ¿Que tipo de "objeto" produce el tensor energía momento que en una situación de gravedad esférica produce la métrica anterior? La respuesta es fascinante y nos abre las puertas a un nuevo mundo.

<u>Características de la garganta del agujero de gusano</u>

La forma usual de resolver las ecuaciones de Einstein es introducir un tensor energía momento determinado y calcular qué métrica del espacio-tiempo produce. Aquí procederé al revés: introducimos la métrica anterior que sabemos que es la **métrica correcta** en todos los puntos de la solución de Schwarszchild y calculamos el tensor energía-momento (Tmv) que produce dicha métrica. La respuesta es que Tmv debe ser de la forma: Tmv=Smvδ(δ) donde Smv es:

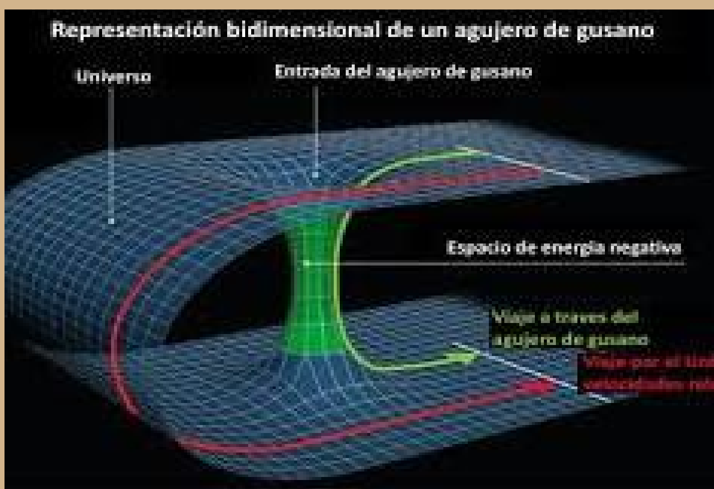
$$S^{\mu\nu} = \frac{\chi}{2\alpha_0}\left[\partial_\tau X^\mu \partial_\tau X^\nu - 2\alpha_0 G^{ij}\partial_i X^\mu \partial_j X^\nu\right]_{\sigma=\tau,\ \eta=0,\ \theta=\sigma}$$

[8]

La pregunta clave es: ¿Se conoce algún "objeto" físico que produzca un Tmv de este tipo? La respuesta es: SI.

Antes de continuar, debo señalar las características más generales de los agujeros de gusano basándonos en numerosos trabajos teóricos que han estudiado sus propiedades:

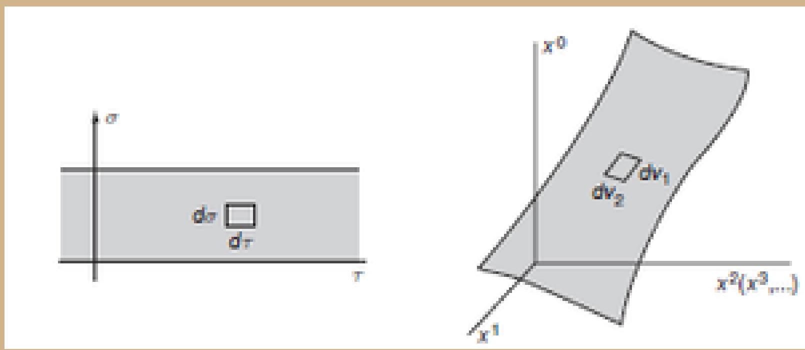
- La garganta del agujero debe tener una densidad de energía negativa (lo que se conoce como materia exótica)
- En un agujero de Schwarzschild la garganta debe ser "light-like", es decir, debe desplazarse a la velocidad de la luz
- No deben existir horizontes en ningún punto del wormhole



[9]

Gravedad en 4 dimensiones acoplada a una light-like brana

Es ahora cuando nos topamos con el nuevo y fascinante mundo. En teoría de cuerdas existen dos entidades fundamentales: las cuerdas y las branas. Las cuerdas al moverse por las 4 dimensiones "ordinarias" describen una "world sheet": una "hoja" bidimensional embebida dentro de un "bulk" de 10 dimensiones en total. Las branas son los objetos fundamentales a los que se acoplan las cuerdas abiertas y se puede decir que "rellenan" el espacio p-dimensional que no es ocupado por las cuerdas. Por esto las branas pueden tener cualquier número de dimensiones entre 1 y 10. Las branas al moverse definen un volumen de p+1 dimensiones definido por un Lagrangiano.



10

Ese lagrangiano define una acción que puede calcularse a partir de primeros principios. La respuesta obtenida da como resultado 2 acciones "duales": la acción de Nambu-Goto y la acción de Polyakov. Aquí usaremos la segunda:

$$S = -\int d^{p+1}\sigma\, \Phi \left[\frac{1}{2}\gamma^{ab}\partial_a X^\mu \partial_b X^\nu G_{\mu\nu}(X) - L\left(F^2\right)\right] \quad (11)$$

Para resolver el problema en la singularidad u=0 trataremos de resolver las ecuaciones en las que la gravedad en 4 dimensiones se acopla a una LL-brana (una "light-like brana), es decir:

$$S = \int d^4x \sqrt{-G}\,\frac{R(G)}{16\pi} + S_{LL} \quad (12)$$

El primer término corresponde a la acción de Einstein-Hilbert y SLL es la acción de la LL-brana que vimos anteriormente. Considerando p=2 y haciendo cálculos obtenemos el siguiente resultado para las ecuaciones de movimiento:

$$\eta(\tau) = 0 \quad (13)$$

Esto quiere decir que la velocidad de la brana en el punto τ=0 es 0, es decir, la brana se para automáticamente en el horizonte. **Existe un horizonte en τ=0 pero este es automáticamente ocupado por la LL-brana.** Incluyendo estos resultados en las ecuaciones de Einstein obtenemos el siguiente resultado del tensor energía-momento:

$$T^{\mu\nu}_{(\mathrm{brane})} = -\frac{2}{\sqrt{-G}}\frac{\delta S_{\mathrm{LL}}}{\delta G_{\mu\nu}} = S^{\mu\nu}\,\delta(\eta)$$
$$S^{\mu\nu} = \frac{\chi}{2a_0}\left[\partial_\tau X^\mu \partial_\tau X^\nu - 2a_0 G^{ij}\partial_i X^\mu \partial_j X^\nu\right]\Big|_{v=\tau,\,\eta=0,\,\theta^i=\sigma^i} \tag{14}$$

Esta es la expresión de Tmv que estábamos buscando y coincide con la acción de una LL-brana. Separando los términos que contribuyen a la función delta en primeras y segundas derivadas llegamos finalmente a:

$$m = \frac{1}{16\pi|\chi|} \quad , \quad m = \frac{a_0}{2\pi|\chi|} \tag{15}$$

La masa del agujero de gusano depende directamente de la tensión de la LL brana. Las expresiones anteriores nos indican que la tensión de la LL brana es NEGATIVA lo que produce una **densidad de energía NEGATIVA.** Esto nos indica que esta configuración corresponde a la **energía exótica** tal y como predicen todos los estudios teóricos sobre wormholes. Además encontramos que existen términos que contribuyen a δ(δ) con segundas derivadas. Esto quiere decir que la LL-brana es light-like es decir, todos los puntos de la superficie de la brana **se mueven a la velocidad de la luz. Esta configuración cumple con los requisitos esperados de un wormhole.**

Atravesando el agujero de gusano

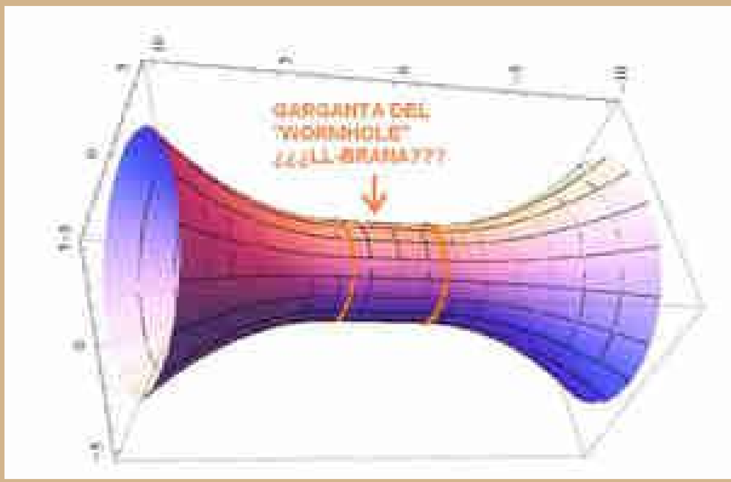
Las ecuaciones de las geodésicas para una partícula con masa que atraviesa el wormhole en un entorno de gravedad simétrica como el que hemos visto son:

$$\left(\frac{d\eta}{d\tau}\right)^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{m_0^2} - A(\eta) \;,\quad \frac{dt}{d\tau} = \frac{\mathcal{E}}{m_0 A(\eta)} \;,\quad A(\eta) = \frac{|\eta|}{|\eta| + r_0} \tag{16}$$

Calculando el tiempo propio de una partícula con masa mo que atraviesa el agujero de gusano obtenemos:

$$\tau_0 = \frac{\mathcal{E}}{2k_h m_0}\int_0^{2k_h r_0} dy \sqrt{(1+|y|)\left[(1+(1-\frac{m_0^2}{\mathcal{E}^2})|y|\right]^{-1}} \tag{17}$$

La partícula atraviesa el agujero de gusano en un tiempo propio (medido en su sistema de referencia) **FINITO. El agujero de gusano es transitable** Sin embargo, de forma similar a lo que sucede en el horizonte de sucesos de un agujero negro, para cualquier observador exterior la partícula tardaría un tiempo **INFINITO** en atravesar el wormhole.



18

Conclusiones

En el marco de la teoría de cuerdas, podemos resolver las ecuaciones de la gravedad en 4 dimensiones acoplada a una LL brana. Estas ecuaciones producen exactamente la fuente de masa-energía cuyo tensor de masa-energía crea la métrica del espacio-tiempo de Schwarzschild que permite resolver la inconsistencia en la coordenada u=0. Esta solución cumple con los requisitos que se esperan de un agujero de gusano e incluso nos permite calcular la masa del wormhole en función de la tensión de la LL-brana.

Hay que señalar que existen otras soluciones propuestas para resolver este problema y a fecha de hoy todavía nadie sabe cual es la correcta. Además hay que tener en cuenta que la solución de Schwarzschild es una solución ideal y que los agujeros negros reales formados por colapso estelar pueden no cumplir esta solución.

Por otro lado hay estudios que indican que los efectos cuánticos podrían hacer el agujero de gusano inestable y por tanto intransitable. A pesar de todo esto, el hecho de que la teoría de cuerdas pueda dar una solución basada en primeros principios al problema del puente de Einstein-Rosen (para muchos la mejor solución) puede considerarse como otro importante logro de la teoría.

Si este modelo es correcto, entonces vivimos en un mundo de 10 dimensiones en el que el espacio-tiempo es "fabricado" por entidades fundamentales llamadas cuerdas y branas. ¿Podrá la Ciencia algún día encontrar pruebas a favor de la existencia de LL-branas? Esto significaría sin duda uno de los mayores avances de la historia de la Física y abriría la puerta a la solución del problema más grande de la Física fundamental: la ansiada teoría de la gravedad cuántica.

2012 JAVIER DE LUCAS